

基礎数理第2回 (2003-10-20)

問 2.1 3次行列の全体の上に,

$$A \sim B \iff \text{ある正則行列 } P \text{ が存在して } P^{-1}AP = B$$

によって2項関係 \sim を定義する. (\sim は, 講義で R と書いていたものに相当する.)

(1) この2項関係 \sim は同値関係であることを示せ.

(2) 通常 of 行列の加算 (和) を用いて, 同値類の間に加算を定義しようとしても上手くできないこと (well-defined でないこと) を説明せよ.

(答) (1) 同値関係の満たすべき3つの条件をチェックすればよい.

(2) $A_1 \sim B_1, A_2 \sim B_2$ であるとき, $A_1 + A_2 \sim B_1 + B_2$ となるかどうかを調べればよい. 例えば, $A_1 = B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \sim B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ としてみよ.

以上