

基礎数理第 4 回 (2003-11-10)

問 4.1  $f(x) = x^2 - 2$  に対する Newton 法の公式を書け .

(答) グラフ  $y = f(x)$  に対して , 点  $(x_n, f(x_n))$  における接線  $y - f(x_n) = f'(x_n)(x - x_n)$  の  $x$  軸との交点を求めると ,  $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$  となる . ここで  $f(x) = x^2 - 2$  から ,  $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{2}{x_n})$  を得る .

問 4.2 収束列は有界であることを証明せよ .

(答) 数列  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  の収束先を  $a$  とする . 任意の  $\epsilon > 0$  に対して , ある  $n_0$  が存在し ,  $n \geq n_0 \Rightarrow |a_n - a| \leq \epsilon$  である . 特に ,  $\epsilon = 1$  に対して , ある  $n_0$  が存在し ,  $n \geq n_0 \Rightarrow |a_n - a| \leq 1$  であるから ,  $M$  を  $|a_1|, \dots, |a_{n_0-1}|, |a| + 1$  の最大値とすると ,  $|a_n| \leq M$  が任意の  $n$  に対して成り立つ .

以上