Durand–Kerner–Aberth(DKA) 法

n 次多項式 $p(z)=0$ の根を求める．$N=\{1,2,\ldots,n\}$ とおく．

DKA 法

初期値 $z_i^{(0)}$ $(i=1,\ldots,n)$ を定める．
$k:=0;\ I:=\emptyset.$
$(\bigstar)\ \Delta z_i^{(k)} := \varphi_j(z_1^{(k)},\ldots,z_n^{(k)}) \qquad (i\in N-I).$
$z_i^{(k+1)} := z_i^{(k)} + \Delta z_i^{(k)}\ (i\in N-I);\quad z_i^{(k+1)} := z_i^{(k)}\ (i\in I).$
$I := I\cup\{i\in N-I \mid |\Delta z_i^{(k)}| \le \varepsilon |z_i^{(k+1)}|\};\ I=N$ なら終了．
$k:=k+1;\ (\bigstar)$ に戻る．

２次法：

$$\varphi_i(z_1,\ldots,z_n) = -\frac{p(z_i)/a_0}{\prod_{l\neq i}(z_i-z_l)} \qquad (i\in I).$$

３次法：

$$\varphi_i(z_1,\ldots,z_n) = -\frac{p(z_i)/p'(z_i)}{1-\frac{p(z_i)}{p'(z_i)}\sum_{l\neq i}\frac{1}{z_i-z_l}} \qquad (i\in I).$$

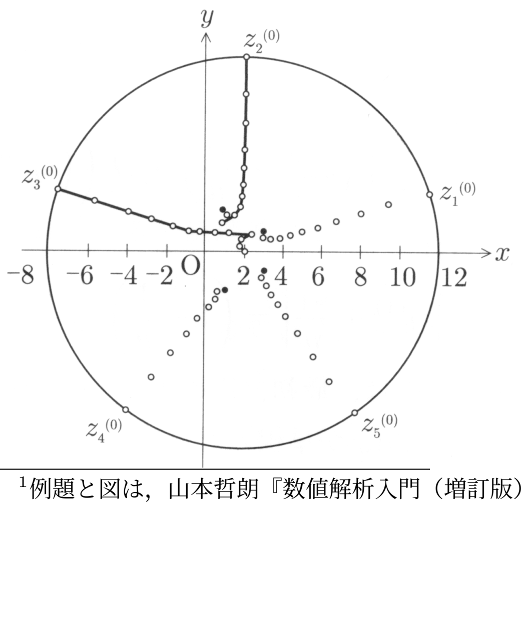
[初期値の定め方]　初期値として解の近似値の見当がつかないとき，根を包み込むような初期値の設定の仕方が知られている．$p(z)=\sum_{k=0}^{n} a_{n-k}z^k$ に対して，$\beta=-a_1/(na_0)$ とおき，半径 $r>0$ を適切に定めて，

$$z_i^{(0)} = \beta + r\exp\left[\mathrm{i}\left(\frac{2\pi(i-1)}{n}+\frac{3}{2n}\right)\right] \qquad (i\in N)$$

を初期値とする (Aberth の初期値)．r の定め方は『数値解析入門』（山本）を参照のこと．

（例[1]）

$p(z)=z^5-10z^4+43z^3-104z^2+150z-100$
解 $1\pm 2\mathrm{i},\quad 2,\quad 3\pm\mathrm{i}$



以上 (2013-10-07)

[1]例題と図は，山本哲朗『数値解析入門（増訂版）』サイエンス社より引用．