

混合行列 (mixed matrix) というのは、「定数」と「独立パラメータ」が混在している行列のことである。これは、工学的システム解析の道具として考え出された概念であり、線形代数と組合せ数学の接点となっている。この講義では

- 数値情報を捨象して構造情報を抽出するという「システム解析のセンス」
- 最大・最小定理や劣モジュラ関数などの「離散数学のセンス」
- 行列の標準形とは何かというような「線形代数のセンス」

の3つとそれらの間のバランス感覚のようなものを扱うことになる。
 下の内容の、少なくとも第6章までは、話したいと思っています。

第1章 はじめに

第2章 システムの記述と混合行列 —— 数値と構造

- 2.1 定数とパラメータ
- 2.2 混合行列
- 2.3 混合多項式行列
- 2.4 次元解析

第3章 行列とグラフ —— 双対定理の役割

- 3.1 方程式の構造的可解性
- 3.2 階数とマッチング
- 3.3 マッチングと被覆
- 3.4 マッチングのアルゴリズム

第4章 DM分解 —— 劣モジュラ関数の分解原理

- 4.1 ブロック三角化と階層構造
- 4.2 DM分解の存在と一意性
- 4.3 DM既約性
- 4.4 DM分解のアルゴリズム

第5章 混合行列の階数 —— マトロイドの双対定理

- 5.1 階数公式
- 5.2 行列補完
- 5.3 構造的可解性への応用
- 5.4 階数のアルゴリズム

第6章 混合行列の正準分解 —— 不変な階層構造

- 6.1 行列表現と分解の一意性
- 6.2 組合せ論的正準形 (CCF)
- 6.3 既約性
- 6.4 CCFのアルゴリズム

第7章 多項式行列とシステム解析

- 7.1 状態方程式と伝達関数

- 7.2 動的自由度
- 7.3 行列束とクロネッカー標準形
- 7.4 無限遠点でのスミス・マクミラン標準形
- 7.5 スミス標準形
- 7.6 可制御性, 可観測性
- 第 8 章 多項式行列とグラフ —— 割当問題
 - 8.1 行列式次数
 - 8.2 スミス標準形
 - 8.3 組合せ緩和法
- 第 9 章 混合多項式行列 —— 付値マトロイド
 - 9.1 行列式次数
 - 9.2 アルゴリズム
 - 9.3 スミス標準形
- 第 10 章 歪対称行列 —— デルタマトロイド
 - 10.1 歪対称行列とマッチング
 - 10.2 混合歪対称行列
 - 10.3 階数公式
 - 10.4 電気回路への応用

以上