

目次

第1章 離散最適化を楽しむ	1
1.1 アメリカの都市を結ぶ	1
1.2 最短経路の証拠	3
1.3 巡回セールスマン問題	5
1.4 離散凸の視点	7
ノート	8
第2章 凸関数と凸集合	9
2.1 極小と最小	9
2.2 凸関数	10
2.2.1 1変数の場合	10
2.2.2 極小と最小の一致	12
2.2.3 多変数の場合	13
2.3 凸集合	15
2.4 まとめ	18
ノート	18
第3章 連続から離散へ	19
3.1 1変数の関数	19
3.2 多変数の関数	21
3.3 L凸関数	22
3.4 M凸関数	24
3.5 離散凸集合	27
3.6 まとめ	29
ノート	31

第 4 章 L 凸関数	32
4.1 L^{\sharp} 凸関数	32
4.2 L 凸関数	34
4.3 L^{\sharp} 凸集合と L 凸集合	35
4.4 2 次関数	40
4.5 離散ヘッセ行列	42
4.6 L 凸関数の例	44
4.7 L 凸関数の演算	46
4.8 劣モジュラ集合関数	49
4.9 凸拡張	52
4.9.1 劣モジュラ集合関数	53
4.9.2 L^{\sharp} 凸関数	54
4.10 まとめ	56
ノート	57
第 5 章 M 凸関数	58
5.1 M^{\sharp} 凸関数	58
5.2 M 凸関数	59
5.3 M^{\sharp} 凸集合と M 凸集合	60
5.4 2 次関数	65
5.5 離散ヘッセ行列	69
5.6 M 凸関数の例	70
5.7 M 凸関数の演算	72
5.8 最小木問題	74
5.9 まとめ	78
ノート	78
第 6 章 連続変数の離散凸関数	79
6.1 離散から連続へ	79
6.1.1 連続変数の L 凸関数と M 凸関数	79
6.1.2 方向の離散性と値の離散性	82
6.2 L 凸関数	86
6.2.1 L^{\sharp} 凸関数と L 凸関数	86

6.2.2	L^{\natural} 凸集合と L 凸集合	88
6.2.3	2 次関数とヘッセ行列	94
6.2.4	L 凸関数の例	96
6.2.5	L 凸関数の演算	97
6.3	M 凸関数	99
6.3.1	M^{\natural} 凸関数と M 凸関数	99
6.3.2	M^{\natural} 凸集合と M 凸集合	101
6.3.3	2 次関数とヘッセ行列	104
6.3.4	M 凸関数の例	106
6.3.5	M 凸関数の演算	108
6.4	まとめ	109
	ノート	110
第 7 章	離散化・連続化・粗視化	111
7.1	離散化と連続化	111
7.1.1	一般的考察	111
7.1.2	L 凸関数	113
7.1.3	M 凸関数	114
7.2	離散関数の粗視化	115
7.2.1	スケーリングと近接定理	115
7.2.2	L 凸関数	117
7.2.3	M 凸関数	119
7.3	まとめ	120
	ノート	121
第 8 章	共役性定理	122
8.1	ルジャンドル変換	122
8.2	連続版の共役性定理	127
8.2.1	共役性定理	127
8.2.2	諸演算と共役性	129
8.3	離散版の共役性定理	130
8.3.1	共役性定理	130
8.3.2	諸演算と共役性	131

8.4	線形代数における共役性	133
8.5	劣モジュラ関数と多面体	134
8.6	まとめ	136
	ノート	136
第 9 章	和の最小化	137
9.1	連続変数の関数の和	137
9.2	離散変数の関数の和	140
9.2.1	定理の形	140
9.2.2	離散の困難	141
9.2.3	定理とその意義	143
9.3	まとめ	145
	ノート	146
第 10 章	分離定理	147
10.1	連続版の分離定理	147
10.2	離散版の分離定理	148
10.2.1	定理の形	148
10.2.2	離散の困難	150
10.2.3	L 分離定理と M 分離定理	152
10.3	劣モジュラ集合関数の分離定理	153
10.3.1	離散分離定理	154
10.3.2	L 分離定理からの導出	154
10.3.3	連続世界との関係	155
10.4	まとめ	157
	ノート	157
第 11 章	最大・最小定理	158
11.1	連続版のフェンシエル双対定理	158
11.2	離散版のフェンシエル双対定理	160
11.3	エドモンズの交わり定理	163
11.3.1	交わり定理	164
11.3.2	離散フェンシエル双対定理からの導出	164
11.3.3	連続世界との関係	165

11.4	まとめ	166
	ノート	167
第 12 章	不動点定理	168
12.1	連続版の不動点定理	168
12.2	離散版の不動点定理	170
12.2.1	整凸集合	170
12.2.2	方向保存写像	171
12.2.3	離散不動点定理	173
12.2.4	証明の概略	174
12.3	まとめ	176
	ノート	176
第 13 章	ゲーム理論への応用	177
13.1	離散凹関数によるモデル	177
13.2	安定結婚モデル	183
13.3	割当モデル	185
13.4	まとめ	186
	ノート	186
第 14 章	離散凸関数の諸例	188
14.1	行列とマトロイド	188
14.2	多項式行列と付値マトロイド	192
14.3	有限距離空間	195
14.3.1	距離関数	195
14.3.2	L 凸集合と正斉次 M 凸関数	196
14.3.3	木距離	198
14.3.4	系統樹の構成法	200
14.3.5	スプリット分解	203
14.3.6	離散凸アプローチ	206
14.4	行列和の固有値	211
14.4.1	固有値の満たす不等式	211
14.4.2	パズル不等式と離散凹関数	214
14.5	グラフとネットワーク	218

14.5.1	マッチング	218
14.5.2	最小費用流	219
14.6	マルチモジュラ関数	222
14.7	在庫管理	226
14.8	確率過程	229
14.8.1	キュムラント母関数とレート関数	229
14.8.2	ブラウン運動	232
14.8.3	ガウス過程	234
14.8.4	加法過程	236
参考文献		238
記号表		245
索引		247